

Title	ふろべにうす多元環ニツイテ補足（三）〔証明ノ補訂, 及ビいでやる束ガ自己逆同型ナ環ニツイテ〕
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 212 p.99-p.103
Issue Date	1941-03-30
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74843
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

913. ふちべにうす多元環ニツイテ補足(三)

証明ノ補訂、及びいぢやる束が自己
逆同型ナ環ニツイテ

中山 正(阪大)

(一) = オケル証明ノ最後ノ所が一才不完全デシタガ、ソノ訂正ハ後ニ述ベマス。

前談話デ、F環ニ於テ、或ヒハ更ニ對稱多元環ニ於テモ、ソノ正規表現ノ直既約成分ノ上下ノ次々ノ *Loewy parts* ノ間ニハ双對關係ガナイユトヲ述ベマシタ。從ツテ勿論ソノ左(タトヘバ)いぢやる束ハ自己逆同型デアリマヒソ。然シソノ逆ハ成立チマス。即チソノ左及び右ノいぢやる束ガ共ニ自己逆同型ナラバ準F環デアリ、而モソノ自己逆同型ニ於テ基礎体ニ對スル階数モ *daal* ニナツテキルナラバF環デアリマス。

コレヲノ事ハ(一)ニ述ベタ左右いぢやる束ノ互ニ逆同型云々ト違ツテタジアル種ノ準F環又ハF環ヲ與ヘル充分條件ニスギズ、必要條件デアリマセンカラ意味ハ少クマタ興味モ少イワケデスガ一應述ベテオキマス。即チ

定理 A ヲ体 F ノ上ノ多元環トスル。ソノ完全可約左及び右いぢやるノナス束ヲソレゾレ Λ_0, P_0 トスル、マタソノ根基 N ヲクム左及び右いぢやる(即チ $\underbrace{\text{上}}_{\text{上}} = \text{完全可約}$ ナ左及び右いぢやる)ノナス束ヲ Λ_1, P_1 トスル。若シ Λ_0 ト Λ_1 ガ逆同型、 P_0 ト P_1 ガ逆同型ナラバ A ハ準F環デアル。

更ニモソノ逆同型デ $F =$ 對スル階數モ *dual* = ナツテ
キレナラバ A ハ F 環デアアル。

証明 ハ (一) = オケル定理ノ証明ト殆ンド並行デア
ルカラ繰リ返ス必要モナイト思ヒマス。[下ノ訂正ヲモ参
照]

注意 (一) = オケル (三番目ノ) 定理ノ假定ハ Λ_0 ト
 P_1 が、マタ P_0 ト Λ_1 が逆同型云々デアアルが、コレハマタ
 Λ_0 ト Λ_1 が、マタ P_0 ト P_1 が (真ニ) 同型云々トモ云ヒカ
ヘラレルコト明デアアル。

ナホ、前号デ左右いでやる束が共ニ自己逆同型トナル F
環ノ例トシテ、群環及ビ *outer forms* ノ環 ($d\alpha_i$ ヲミ
ナ独立ト見テ) ヲ挙ゲマシタが、後者ヨリ更ニ一般ニ (*orient-*
ed closed) *manifold* / 上ノ *cycle* ノ環ガ F
環デアリマス。

シカモ勿論 (環トシテ) 自己逆同型デスカラ、ソノ左
及ビ右ノいでやる束ハヤハリ共ニ自己逆同型ニナリマス。コ
レハ或ル意味デぽあんかれーノ *duality* / *algebraic*
counter part トモ云ヘルト思ヒマス。(勿論 *topolo-*
gical = ハ齊次ノ基デツクラレルいでやる、縦ツテ両側
いでやるノミガ意味ガアルワケデ、ソレハ代数的ニハツマラ
ヌワケデスガ)

次ニ (一) = オケル **証明ノ補正**、準 F 環ナルコトヲ結
論スルトコロハヨカッタデスガ、更ニ階數關係カラ F 環
ナルコトヲ云フ最後ノ部分ガ不充分デシタ。即チ「射影幾何」

ノ係数歪体トシテ云々レタ所ハ(假ニ 0 又ハ 1 次元ノトキハ
係数歪体がキマツチ来ナイコトヲ観過スルトシテモ)、ソノ
同型ハ直接ニハ單ニ抽象的ニソウデアツテ、基礎体 F ニ関
スル同型ハ結論サレナイワケデスカラ駄目デシタ、ソコハ次
ノ様ニスベキデシタ。即チ(一)ニオケル(ニ番目ノ)定理ノ
假定、 Λ ト P_1 、及ビ P_0 ト Λ_1 ガ逆同型、更ニ Λ ト P_1 ノ
逆同型デソノ對應スル左、右いづゆるノ階数が *dual* ト
スル。

ハジメノ部分カラ A ガ準 F 環ナルコトハスデニ知ツテキ
ル、ヨツテ根基 N ノ左右 *annihilator* $l(N) = r(N)$
ヲ M デ表ハス。マタ異ル既約表現ニ對應スル例ノ *index* k 、
ソノ例ノ置換ヲ $\pi(k)$ トスル。即チ $E_k M = M E_{\pi(k)} =$
 $E_k M E_{\pi(k)}$ 。我々ノ興ヘラレタ Λ ト P_1 ノ逆同型ヲ
デアラハス。シカラバ

$$\sigma(M E_{\pi(k)}) = N \cup (1 - E_{\lambda(k)}) A$$

トナルコトハ(一)ニ述ベタ通りデアル。コゝニ $\lambda(k)$ ハ
適當ナ *index* デアリ、シカモ $\lambda(k)$ ハマタ k ノ置換
デアル。更ニ

$$(1) \quad f(\pi(k)) = f(\lambda(k))$$

ナルコトニ(一)ニ述ベタ。

他方、 $e_{k,1} A e_{k,1} / e_{k,1} N e_{k,1} = D_k$ ナル歪体
ヲ考ヘル。ソシテ $(D_k: F) = m(k)$ トオク。シカル
ニ D_k ト $D_{\pi(k)}$ トハ同型デアル。(Part I, §5, 定理
5参照)。ソレハタトヘバ $e_{k,1} M e_{\pi(k),1}$ ノアル元

($\neq 0$) γ m トシ、シカシテ D_K ノ元 a , $D_{\pi(K)}$ ノ元 a' が

$$a m = m a'$$

トルトキ = 互 = 對應サセレバコノ對應デ D_K ト $D_{\pi(K)}$ が同型 = ナレコトが容易 = ワカル。ヨツテ特 = ソノ階數ヲ考ヘ

$$(2) \quad m(K) = m(\pi(K))$$

トナル。

次 = 上ノ $(ME_{\pi(K)}) = N \cup (1 - E_{\lambda(K)}) A$ カラ我々ノ假定ノ階數關係 = ヨ

$$(ME_{\pi(K)} : F) = (A' / (N \cup (1 - E_{\lambda(K)}) A) : F)$$

トナル。然ル = コレハ

$$f(K) m(K) f(\pi(K)) = f(\lambda(K)) m(\lambda(K)) f(\lambda(K))$$

トナル。(1) γ 參照シテ

$$(3) \quad f(K) m(K) = f(\lambda(K)) m(\lambda(K))$$

トナル。

サテ、多元環 A γ 忘レテシマヒ、單 = $K = 1, 2, \dots$ 左ノニツノ置換 $\pi(K)$ ト $\lambda(K)$ がアルトシ、更 = 自然數ヲ値 = モツ K ノ函數 $f(K)$ 及ビ $m(K)$ がアリ、ソシテ (1), (2), (3) γ 充ストスル。ソウスレバソレカラ

$$f(K) = f(\lambda(K)) = f(\pi(K))$$

(從ツテ $m(K) = m(\lambda(K)) = m(\pi(K))$) トルコトが單 = kombinatorisch + 議論デ出テ来ル。(例ヘバ (3) γ 最小 = スルヤウナ K γ 考ヘ、ソレヲノ中デマタ

$m(k)$ を最小 = スル 様 + k をトッテ云々スル)

ヨッテ多元環 A = モドッテ、ソレが F 環ナルコトが
ワカル。